Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases}(2x+3)^2=5y,\\(3x+2)^2=5y.\end{cases}$

Решение.

$$\begin{cases}(2x+3)^2=5y,\\(3x+2)^2=5y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+3)^2-(3x+2)^2=0,\\(3x+2)^2=5y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+3+3x+2)(2x+3-3x-2)=0,\\(3x+2)^2=5y,\end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases}x=-1,\\5y=(3x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\y=\frac{1}{5}\end{cases}\quad\text{или}\quad \begin{cases}x=1,\\5y=(3x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\y=5.\end{cases}$$

Ответ: $(1;5)$; $\left(-1;\frac{1}{5}\right)$.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 57 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Пусть длина поезда l м. Скорость поезда относительно пешехода равна $63-3=60$ км/ч, или $\frac{50}{3}$ м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за $l:\frac{50}{3}=\frac{3l}{50}$ секунд.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{3l}{50}=57;\quad l=950.$$

Длина поезда составляет 950 м.

Ответ: 950 м.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

23

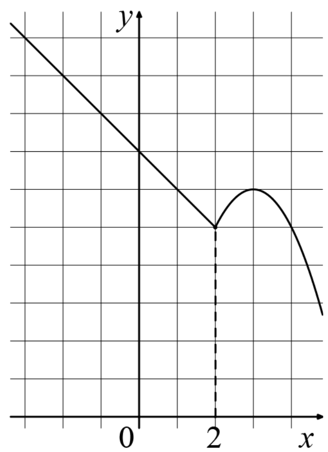
Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-x^2+6x-3,\text{если } x\ge 2,\\-x+7,\text{если } x<2,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y=-x+7$ при $x<2$ и график функции $y=-x^2+6x-3$ при $x\ge 2$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m=5$ и $m=6$.

Ответ: 5; 6.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения пара.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 18 и 30. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

Решение.

По теореме Пифагора второй катет равен $\sqrt{30^2-18^2}=24$.
С одной стороны, площадь треугольника равна половине произведения катетов, а с другой стороны, она равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведённую к ней.

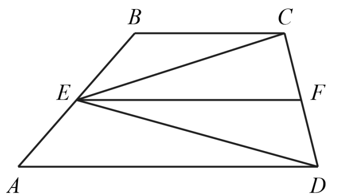
Следовательно, искомая высота равна $\frac{18\cdot 24}{30}=14,4$.

Ответ: 14,4.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

25 Точка E − середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



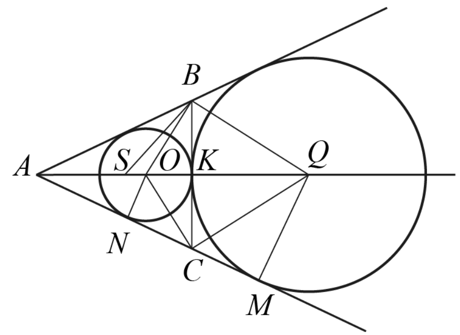
Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка F лежит на стороне CD. Отрезок EF − средняя линия трапеции $ABCD$, значит, высоты треугольников EFD и CEF, проведённые к стороне EF, равны между собой и равны половине высоты трапеции h. Имеем

$$S_{CED}=S_{EFD}+S_{EFC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF+\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF=$$
$$=\frac{1}{2}h\cdot EF=\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}(AD+BC)=\frac{1}{2}S_{ABCD.}$$

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Решение.



Пусть Q − центр большей окружности, а O − центр меньшей, QM и ON − радиусы, проведённые в точки касания окружностей с прямой AC, S − центр окружности, описанной около треугольника ABC, r − радиус окружности, описанной около треугольника ABC.
Поскольку BC и AB − общие касательные к окружностям, BO и BQ − биссектрисы углов ABK и смежного с ним. Значит, угол OBQ прямой, следовательно, из треугольника OBQ находим, что $BK=\sqrt{OK\cdot QK}=16\sqrt{3}$.
Пусть $AN=x$. Прямоугольные треугольники ANO и AMQ подобны с коэффициентом 3, значит, $AM=3x$, $MN=2x$.
Отрезки MC, CK и CN равны как отрезки касательных, проведённых из одной точки, значит,

$$BK=CK=16\sqrt{3},\quad 2x=MN=2CK=32\sqrt{3},\ \text{откуда}\ AB=2x=32\sqrt{3}.$$

В прямоугольном треугольнике ABK находим неизвестный катет:

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=48.$$

В прямоугольном треугольнике SBK по теореме Пифагора имеем

$$r^2=(AK-r)^2+BK^2;\quad r=\frac{AB^2}{2AK}=\frac{32^2\cdot 3}{2\cdot 48}=32.$$

Ответ: 32.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases}(2x+4)^2=3y,\\(4x+2)^2=3y.\end{cases}$

Решение.

$$\begin{cases}(2x+4)^2=3y,\\(4x+2)^2=3y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+4)^2-(4x+2)^2=0,\\(4x+2)^2=3y;\end{cases}$$

$$\begin{cases}(2x+4+4x+2)(2x+4-4x-2)=0,\\(4x+2)^2=3y,\end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases}x=-1,\\3y=(4x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{4}{3}\end{cases}\quad \text{или}\quad \begin{cases}x=1,\\3y=(4x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\y=12.\end{cases}$$

Ответ: $(1;12)$; $\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 45 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Пусть длина поезда l м. Скорость поезда относительно пешехода равна $57-5=52$ км/ч, или $\dfrac{130}{9}$ м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за $l:\dfrac{130}{9}=\dfrac{9l}{130}$ секунд. Составим и решим уравнение:

$$\frac{9l}{130}=45;\quad l=650.$$

Длина поезда составляет 650 м.

Ответ: 650 м.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

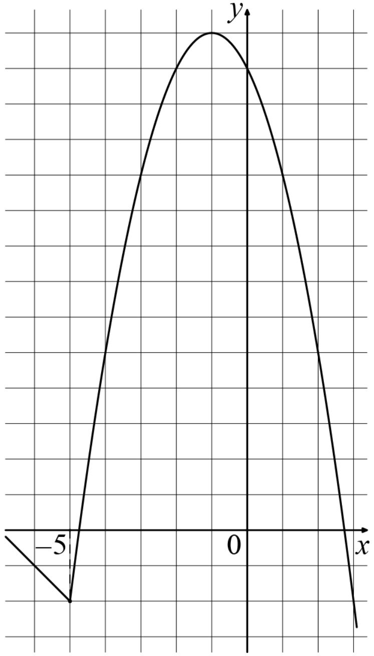
23

Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-x^2-2x+13, & \text{если } x\ge -5,\\ -x-7, & \text{если } x<-5,\end{cases}$$

и определите, при каких значенях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.
Построим график функции $y=-x-7$ при $x<-5$ и график функции $y=-x^2-2x+13$ при $x\geq-5$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m=-2$ и $m=14$.
Ответ: -2; 14.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

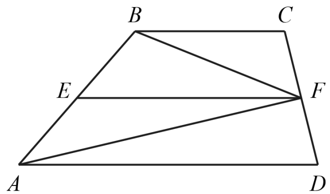
24 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 15 и 25. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

Решение.
По теореме Пифагора второй катет равен $\sqrt{25^2-15^2}=20$.
С одной стороны, площадь треугольника равна половине произведения катетов, а с другой стороны, она равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведённую к ней.
Следовательно, искомая высота равна $\frac{15\cdot 20}{25}=12$.
Ответ: 12.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

25 Точка F − середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ABF равна половине площади трапеции.

Доказательство.



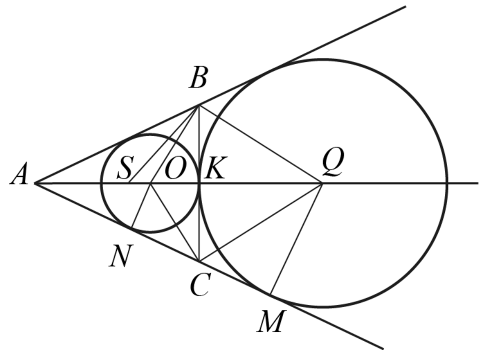
Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка E лежит на стороне AB. Отрезок EF − средняя линия трапеции $ABCD$, значит, высоты треугольников EFA и BEF, проведённые к стороне EF, равны между собой и равны половине высоты трапеции h. Имеем

$$S_{ABF}=S_{EFA}+S_{EFB}=\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF+\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF=$$
$$=\frac{1}{2}h\cdot EF=\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}\left(AD+BC\right)=\frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 33 и 39, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

<u>*Решение*</u>.



Пусть Q − центр большей окружности, а O − центр меньшей, QM и ON − радиусы, проведённые в точки касания окружностей с прямой AC, S − центр окружности, описанной около треугольника ABC, r − радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Поскольку BC и AB − общие касательные к окружностям, BO и BQ − биссектрисы углов ABK и смежного с ним. Значит, угол OBQ прямой, следовательно, из треугольника OBQ находим, что $BK=\sqrt{OK\cdot QK}=3\sqrt{143}$.

Пусть $AN=x$. Прямоугольные треугольники ANO и AMQ подобны с коэффициентом $\frac{13}{11}$, значит, $AM=\frac{13}{11}x$, $MN=\frac{2}{11}x$.

Отрезки MC, CK и CN равны как отрезки касательных, проведённых из одной точки, значит,

$$BK=CK=3\sqrt{143},\ \frac{2}{11}x=MN=2CK=6\sqrt{143},\ \text{откуда } AB=\frac{12}{11}x=36\sqrt{143}.$$

В прямоугольном треугольнике ABK находим неизвестный катет:

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=3\cdot 143.$$

В прямоугольном треугольнике SBK по теореме Пифагора имеем

$$r^2=\left(AK-r\right)^2+BK^2;\ \ r=\frac{AB^2}{2AK}=\frac{36^2\cdot 143}{2\cdot 3\cdot 143}=216.$$

Ответ: 216.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases}(2x+1)^2=3y,\\(x+2)^2=3y.\end{cases}$

Решение.

$$\begin{cases}(2x+1)^2=3y,\\(x+2)^2=3y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+1)^2-(x+2)^2=0,\\(x+2)^2=3y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+1+x+2)(2x+1-x-2)=0,\\(x+2)^2=3y,\end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases}x=-1,\\3y=(x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{1}{3}\end{cases}\quad \text{или}\quad \begin{cases}x=1,\\3y=(x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\y=3.\end{cases}$$

Ответ: $(1;3)$; $\left(-1;\dfrac{1}{3}\right)$.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.
Пусть длина поезда l м. Скорость поезда относительно пешехода равна $93-3=90$ км/ч, или 25 м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за $l:25=\dfrac{l}{25}$ секунд.
Составим и решим уравнение:

$$\frac{l}{25}=36;\quad l=900.$$

Длина поезда составляет 900 м.
Ответ: 900 м.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

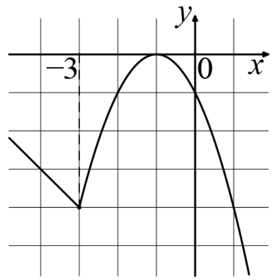
23

Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-x^2-2x-1, & \text{если } x\ge -3,\\ -x-7, & \text{если } x<-3,\end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.
Построим график функции $y=-x-7$ при $x<-3$ и график функции $y=-x^2-2x-1$ при $x\ge -3$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m=-4$ и $m=0$.
Ответ: -4; 0.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 21 и 35. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

Решение.

По теореме Пифагора второй катет равен $\sqrt{35^2-21^2}=28$.
С одной стороны, площадь треугольника равна половине произведения катетов, а с другой стороны, она равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведённую к ней.

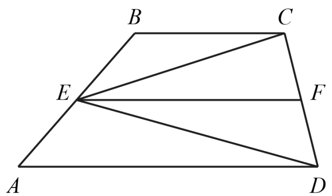
Следовательно, искомая высота равна $\frac{21\cdot 28}{35}=16{,}8$.

Ответ: 16,8.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

25 Точка E − середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



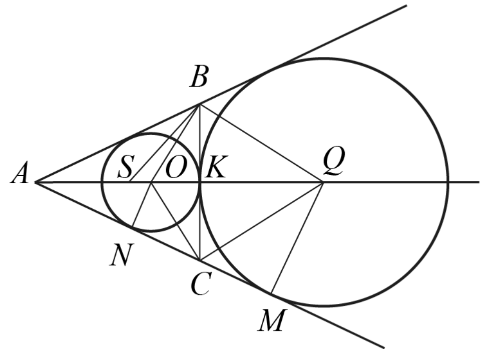
Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка F лежит на стороне CD. Отрезок EF − средняя линия трапеции $ABCD$, значит, высоты треугольников EFD и CEF, проведённые к стороне EF, равны между собой и равны половине высоты трапеции h. Имеем

$$S_{CED}=S_{EFD}+S_{EFC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF+\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF=$$
$$=\frac{1}{2}h\cdot EF=\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}\left(AD+BC\right)=\frac{1}{2}S_{ABCD.}$$

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 44 и 48, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Решение.



Пусть Q − центр большей окружности, а O − центр меньшей, QM и ON − радиусы, проведённые в точки касания окружностей с прямой AC, S − центр окружности, описанной около треугольника ABC, r − радиус окружности, описанной около треугольника ABC.
Поскольку BC и AB − общие касательные к окружностям, BO и BQ − биссектрисы углов ABK и смежного с ним. Значит, угол OBQ прямой, следовательно, из треугольника OBQ находим, что $BK=\sqrt{OK\cdot QK}=4\sqrt{132}$.
Пусть $AN=x$. Прямоугольные треугольники ANO и AMQ подобны с коэффициентом $\frac{12}{11}$, значит, $AM=\frac{12}{11}x$, $MN=\frac{1}{11}x$.
Отрезки MC, CK и CN равны как отрезки касательных, проведённых из одной точки, значит,

$$BK=CK=4\sqrt{132},\ \frac{1}{11}x=MN=2CK=8\sqrt{132},\text{ откуда } AB=\frac{23}{22}x=92\sqrt{132}.$$

В прямоугольном треугольнике ABK находим неизвестный катет:

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=8\cdot 132.$$

В прямоугольном треугольнике SBK по теореме Пифагора имеем:

$$r^2=\left(AK-r\right)^2+BK^2;\quad r=\frac{AB^2}{2AK}=\frac{92^2\cdot 132}{2\cdot 8\cdot 132}=529.$$

Ответ: 529.

Критерии оценки выполнения задания	**Баллы**
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21

Решите систему уравнений $\begin{cases}(2x+1)^2=3y,\\(x+2)^2=3y.\end{cases}$

Решение.

$$\begin{cases}(2x+1)^2=3y,\\(x+2)^2=3y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+1)^2-(x+2)^2=0,\\(x+2)^2=3y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+1+x+2)(2x+1-x-2)=0,\\(x+2)^2=3y,\end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases}x=-1,\\3y=(x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{1}{3}\end{cases}\quad \text{или}\quad \begin{cases}x=1,\\3y=(x+2)^2;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\y=3.\end{cases}$$

Ответ: $(1;3)$; $\left(-1;\dfrac{1}{3}\right)$.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ.	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 57 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Пусть длина поезда l м. Скорость поезда относительно пешехода равна $63-3=60$ км/ч, или $\dfrac{50}{3}$ м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за $l:\dfrac{50}{3}=\dfrac{3l}{50}$ секунд. Составим и решим уравнение:

$$\frac{3l}{50}=57;\quad l=950.$$

Длина поезда составляет 950 м.

Ответ: 950 м.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

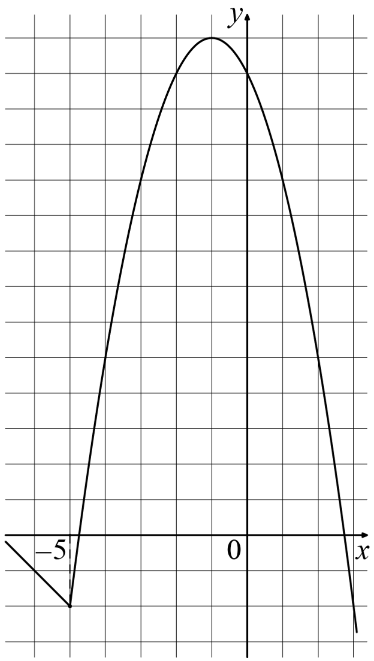
23

Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-x^2-2x+13, \text{ если } x\ge -5,\\-x-7, \text{ если } x<-5,\end{cases}$$

и определите, при каких значенях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.
Построим график функции $y=-x-7$ при $x<-5$ и график функции $y=-x^2-2x+13$ при $x\geq -5$.



Прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m=-2$ и $m=14$.
Ответ: -2; 14.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра.	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

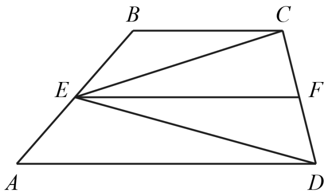
24 Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 21 и 35. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

Решение.
По теореме Пифагора второй катет равен $\sqrt{35^2-21^2}=28$.
С одной стороны, площадь треугольника равна половине произведения катетов, а с другой стороны, она равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведённую к ней.
Следовательно, искомая высота равна $\frac{21\cdot 28}{35}=16{,}8$.
Ответ: 16,8.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

25 Точка E − середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка F лежит на стороне CD. Отрезок EF − средняя линия трапеции $ABCD$, значит, высоты треугольников EFD и CEF, проведённые к стороне EF, равны между собой и равны половине высоты трапеции h. Имеем

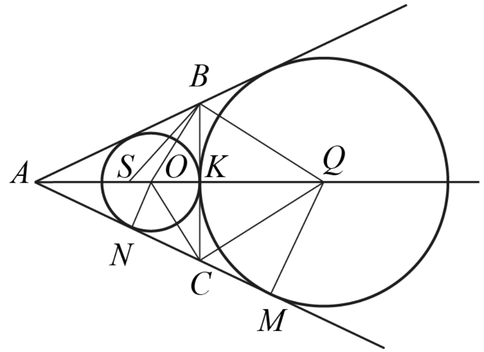
$$S_{CED}=S_{EFD}+S_{EFC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF+\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2}\cdot EF=$$

$$=\frac{1}{2}h\cdot EF=\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}(AD+BC)=\frac{1}{2}S_{ABCD.}$$

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы.	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности.	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	3

26 Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 33 и 39, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Решение.



Пусть Q − центр большей окружности, а O − центр меньшей, QM и ON − радиусы, проведённые в точки касания окружностей с прямой AC, S − центр окружности, описанной около треугольника ABC, r − радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Поскольку BC и AB − общие касательные к окружностям, BO и BQ − биссектрисы углов ABK и смежного с ним. Значит, угол OBQ прямой, следовательно, из треугольника OBQ находим, что $BK=\sqrt{OK\cdot QK}=3\sqrt{143}$.

Пусть $AN=x$. Прямоугольные треугольники ANO и AMQ подобны с коэффициентом $\frac{13}{11}$, значит, $AM=\frac{13}{11}x$, $MN=\frac{2}{11}x$.

Отрезки MC, CK и CN равны как отрезки касательных, проведённых из одной точки, значит,

$$BK=CK=3\sqrt{143},\quad \frac{2}{11}x=MN=2CK=6\sqrt{143},\ \text{откуда}\ AB=\frac{12}{11}x=36\sqrt{143}.$$

В прямоугольном треугольнике ABK находим неизвестный катет:

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=3\cdot143.$$

В прямоугольном треугольнике SBK по теореме Пифагора имеем

$$r^2=(AK-r)^2+BK^2;\quad r=\frac{AB^2}{2AK}=\frac{36^2\cdot143}{2\cdot3\cdot143}=216.$$

Ответ: 216.

Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка.	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	4